

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет**

**ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ
ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА**

**Методические указания
к лабораторной работе № 10
по дисциплине «Физика»**

Уфа 2013

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра физики

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Методические указания
к лабораторной работе № 10
по дисциплине «Физика»

Уфа 2013

Составитель Л.В. Рабчук

УДК 537.533.2 (07)

ББК 22.333 (Я7)

Методические указания к лабораторной работе № 10 по дисциплине «Физика» «Изучение колебаний пружинного маятника» / Уфим. гос. авиац. техн. ун-т; Сост. Л.В. Рабчук. – Уфа, 2013. – 16 с.

Работа посвящена изучению колебаний пружинного маятника. Студентам предлагается определить коэффициент жесткости пружины, логарифмический декремент затухания и коэффициент сопротивления воздуха.

В методических указаниях приведены краткая теория, описание лабораторной установки, методика выполнения работы, форма отчетности.

Предназначены для студентов, изучающих раздел «Механика. Механические колебания. Статистическая физика и термодинамика» дисциплины «Физика», на всех реализуемых направлениях подготовки бакалавров и специалистов.

Табл. 2. Ил. 5. Библиогр.: 3 назв.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. Осипов В.С.,
канд. техн. наук, доц. Сафин Э.В.

©Уфимский государственный авиационный
технический университет, 2013

Содержание

Введение	4
1. Цели работы	5
2. Задачи.....	5
3. Теоретическая часть	5
4. Экспериментальная установка и принцип ее работы.....	11
5. Требования по технике безопасности.....	12
6. Задания.....	12
7. Методика выполнения заданий	13
8. Контрольные вопросы	15
9. Требования к содержанию и оформлению отчета	15
10. Критерии результативности выполнения лабораторной работы ..	16
Список литературы	16

Лабораторная работа № 10

Изучение колебаний пружинного маятника

Введение

Колебательным движением (колебанием) называют движение, точно или приблизительно повторяющееся через одинаковые промежутки времени. Это определение объединяет множество непохожих на первый взгляд процессов: колебания различных маятников, движение планет вокруг Солнца, движение поршня в двигателе внутреннего сгорания, биение сердца, колебания струны, колебания напряжения между обкладками конденсатора в контуре радиоприемника, смену времен года, колебания численности популяций животных, колебательные химические реакции.

Характеристики колебаний связаны с параметрами, определяющими состояние системы, поэтому, исследуя колебания, можно делать выводы о строении и свойствах различных систем. На этой идее основаны такие методы исследования вещества, как оптическая спектроскопия, акустическая спектроскопия, электронный парамагнитный резонанс, ядерный магнитный резонанс и т.д. Несмотря на огромное разнообразие колебательных процессов в природе и технике для их описания существует единый подход.

В работе изучаются колебания пружинного маятника и определяются характеристики колебательного процесса.

В результате выполнения данной лабораторной работы формируются следующие **компетенции**:

- способность демонстрировать базовые знания в области общенаучных дисциплин и готовность использовать основные законы в профессиональной деятельности;
- способность проводить эксперименты по заданной методике, обработку результатов, оценку погрешности и достоверности их результатов.

Перечисленные компетенции формируются через **умения**:

- работать с измерительными приборами;
- рассчитывать физические величины по экспериментальным данным;
- анализировать результаты опыта;
- оформлять отчет;

а также **владения**:

- теоретическим материалом;

- навыками измерения физических величин по приборам;
- технологией обработки экспериментальных данных.

1. Цели работы

1. Изучение свободных колебаний пружинного маятника.
2. Экспериментальное определение коэффициента жесткости пружины, логарифмического декремента затухания и коэффициента сопротивления воздуха.

2. Задачи

1. Закрепление теоретических знаний студентами по теме «Механические колебания и волны».
2. Приобретение навыков проведения физических измерений, умения обработки полученных данных и оценки погрешностей измерений.

3. Теоретическая часть

Свободными (собственными) называют колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе, после того как она была выведена из положения равновесия. Если в системе отсутствуют диссипативные силы (силы сопротивления среды, силы трения), то при колебаниях не происходит потерь энергии. Такие свободные колебания называют незатухающими, они происходят с неизменной амплитудой (амплитудой колебания называют наибольшее отклонение колеблющейся величины от равновесного значения).

Колебания, при которых значение некоторой физической величины (например, координаты тела, его скорости, ускорения) повторяется через равные промежутки времени, называют периодическими. Наименьший промежуток времени, через который это происходит, называют периодом колебания.

Колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону косинуса или синуса, называют гармоническими. Если величина x совершает гармоническое колебание, то она изменяется со временем по закону

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.1)$$

где A – амплитуда колебания; ω_0 – круговая или циклическая частота; $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебания, определяющая значение x в

данный момент времени t ; φ_0 – фаза колебания в начальный момент времени $t = 0$, называемая начальной фазой.

Если x представляет собой координату тела, то скорость v и ускорение a при гармоническом колебании изменяются со временем по законам:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.2)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (3.3)$$

Из уравнений (3.3) и (3.1) получаем

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (3.4)$$

Уравнение (3.4) называют дифференциальным уравнением свободных незатухающих гармонических колебаний. Решением этого уравнения является гармоническая функция (3.1).

Примером гармонических колебаний служат колебания пружинного маятника, представляющего собой груз, прикрепленный к упругой пружине. Если l_0 – первоначальная длина пружины без груза, то при подвешивании груза массы m пружина растянется на величину Δl , называемую статическим удлинением пружины (рис. 3.1).

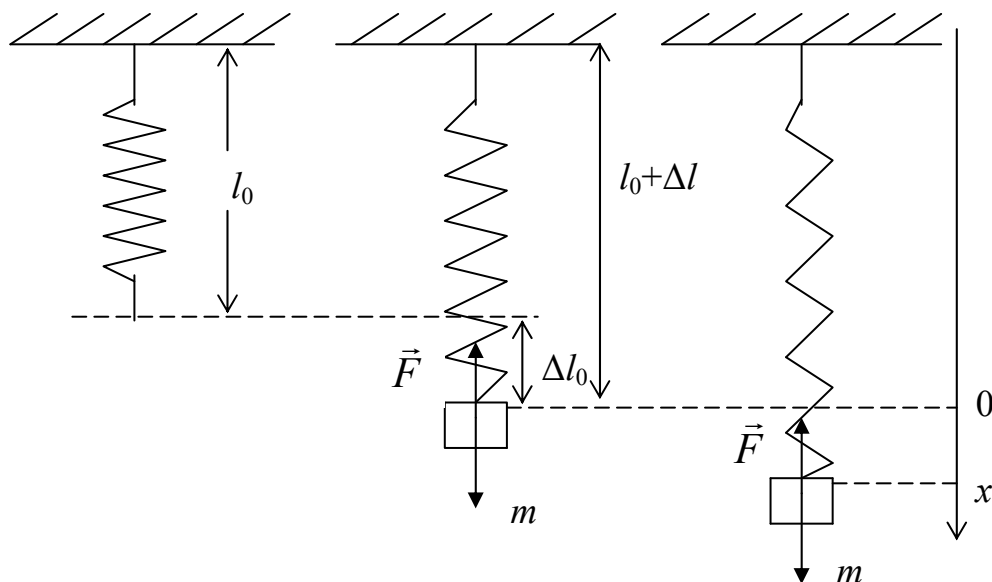


Рис. 3.1

Когда маятник находится в положении равновесия, сила тяжести, действующая на груз, уравновешивается силой упругости

пружины. Если удлинение пружины невелико, то выполняется закон Гука

$$F_1 = k \Delta l.$$

Согласно второму закону Ньютона, можно записать

$$m g = k \Delta l, \quad (3.5)$$

где k – коэффициент упругости.

При смещении груза относительно положения равновесия в положение, где его координата равна x , удлинение пружины будет равно $\Delta l + x$. Для этого положения по второму закону Ньютона

$$m a = m g - k(\Delta l + x).$$

Отсюда, учитывая (3.5) и то, что $a = \frac{d^2 x}{d t^2}$, получаем

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + \frac{k}{m} x = 0. \quad (3.6)$$

Уравнение (3.6) – это дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний совершаемых с частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Таким образом, колебания, совершаемые телом под действием упругой силы или любой другой, не являющейся силой упругости, но также пропорциональной смещению ($F \sim x$), будут гармоническими. Такие силы называют квазиупругими.

В реальных колебательных системах всегда присутствуют силы сопротивления среды, направленные противоположно скорости движения тела, например, силы трения. Их наличие приводит к рассеянию энергии, запасенной в системе и, как следствие, к уменьшению амплитуды колебаний. Такие колебания называют затухающими. Они не являются периодическими и гармоническими, поэтому при описании затухающих колебаний понятия амплитуды, периода, частоты можно использовать лишь условно.

Закон убывания амплитуды зависит от характера сил сопротивления среды, действующих на тело. При малых его скоростях с достаточной степенью точности можно считать, что сила сопротивления среды прямо пропорциональна скорости

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = - r \vec{v},$$

где r – коэффициент сопротивления среды.

Уравнение динамики тела при его движении под действием сил упругости и сопротивления среды в проекции на ось OX (рис. 3.1) будет имеет вид

$$ma = -kx - r\dot{x}. \quad (3.7)$$

Откуда

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3.8)$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ называют коэффициентом затухания.

Уравнение (3.8) называют дифференциальным уравнением свободных затухающих колебаний. Решением уравнения (3.8) является функция $x(t)$ вида

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (3.9)$$

где A_0 и φ_0 – начальные амплитуда и фаза колебаний, определяемые начальными условиями.

На рис. 3.2 приведен типичный график функции (3.9).

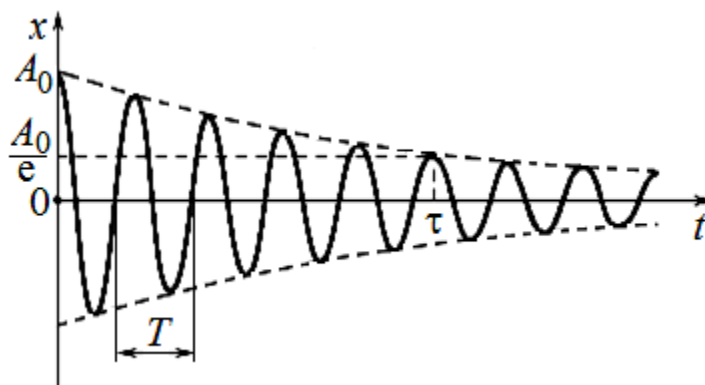


Рис. 3.2

Изменение x со временем, судя по уравнению (3.9), можно рассматривать как гармоническое колебание с изменяющейся со временем амплитудой

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (3.10)$$

Циклическая частота затухающих колебаний оказывается равной

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Величину $T = \frac{2\pi}{\omega}$ называют периодом затухающих колебаний.

Основными величинами, характеризующими затухающие колебания в системе, служат логарифмический декремент затухания, время релаксации и добротность.

Логарифмическим декрементом затухания λ называют натуральный логарифм отношения двух амплитуд, взятых через период T ,

$$\lambda = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

Время τ , за которое амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз (e – экспонента), называют временем релаксации. Можно показать, что

$$\tau = \frac{1}{\beta}.$$

Величину

$$Q = \pi N_e, \quad (3.11)$$

где N_e – число колебаний за время релаксации, называют добротностью колебательной системы.

Добротность равна умноженному на 2π отношению энергии E к энергии ΔE , теряемой за период

$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E} = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}.$$

При малых значениях β

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

Колебания, которые происходят под действием внешней, периодически изменяющейся со временем силы $F=f(t)$, называют вынужденными. Если вынуждающая внешняя сила изменяется по гармоническому закону $F=F_0 \cos \omega t$, то уравнение динамики тела в любой момент времени можно представить в виде

$$m a = -k x - r v + F_0 \cos \omega t, \quad (3.12)$$

или

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t. \quad (3.13)$$

Это уравнение называют дифференциальным уравнением вынужденных колебаний. Общее решение неоднородного уравнения

(3.13) равно сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Общее решение однородного уравнения имеет вид

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \varphi_0), \quad (3.14)$$

где $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Частное решение неоднородного уравнения имеет вид

$$x = A \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.15)$$

где значения A и φ определяются уравнениями

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (3.16)$$

Зависимость $x(t)$ при вынужденных колебаниях показана на рис. 3.3.

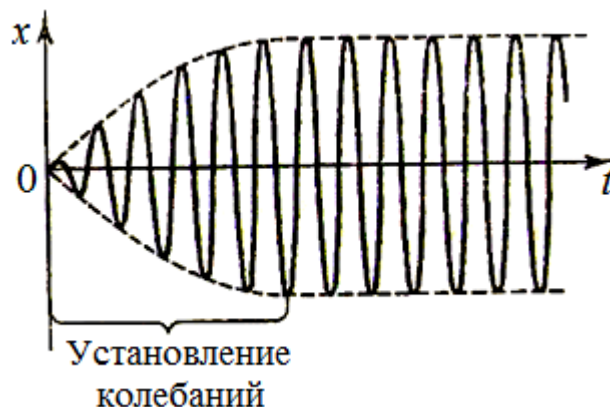


Рис. 3.3

Слагаемое (3.14) играет существенную роль только в начальной стадии процесса, при так называемом установлении колебаний. С течением времени из-за множителя $e^{-\beta t}$ роль слагаемого (3.14) уменьшается, и по прошествии достаточного времени им можно пренебречь, сохраняя в решении лишь слагаемое (3.15). Таким образом, вынужденные установившиеся колебания представляют собой гармонические колебания с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Амплитуда вынужденных установившихся колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы и зависит от ее частоты.

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы (рис. 3.4) такова, что при некоторой

определенной для данной системы частоте амплитуда колебаний достигает максимального значения.

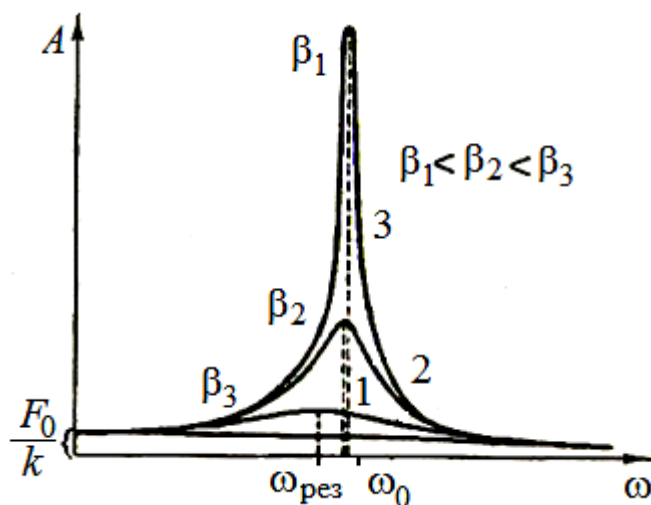


Рис. 3.4

Колебательная система оказывается особенно отзывчивой на действие вынуждающей силы при этой частоте. Такое явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы ω к частоте собственных колебаний системы ω_0 называют резонансом, а соответствующую частоту – резонансной частотой.

Резонансная частота для x оказывается равной

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (3.17)$$

а амплитуда при резонансе

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (3.18)$$

Согласно (3.17), резонансная частота в отсутствие сопротивления среды (при $\beta = 0$) совпадает с собственной частотой колебательной системы.

4. Экспериментальная установка

Работа выполняется на установке, показанной на рис. 3.1. Установка представляет собой стойку, состоящую из основания 1 и несущей штанги 2, на которой крепятся верхний кронштейн 3 и нижний кронштейн 4 со шкалой 5. К верхнему кронштейну 3 подвешена колебательная система (пружинный маятник), состоящая из пружины 6 и груза 7.

В комплект прибора входит набор цилиндров № 1, № 2, № 3 и дисков № 1, № 2, № 3.

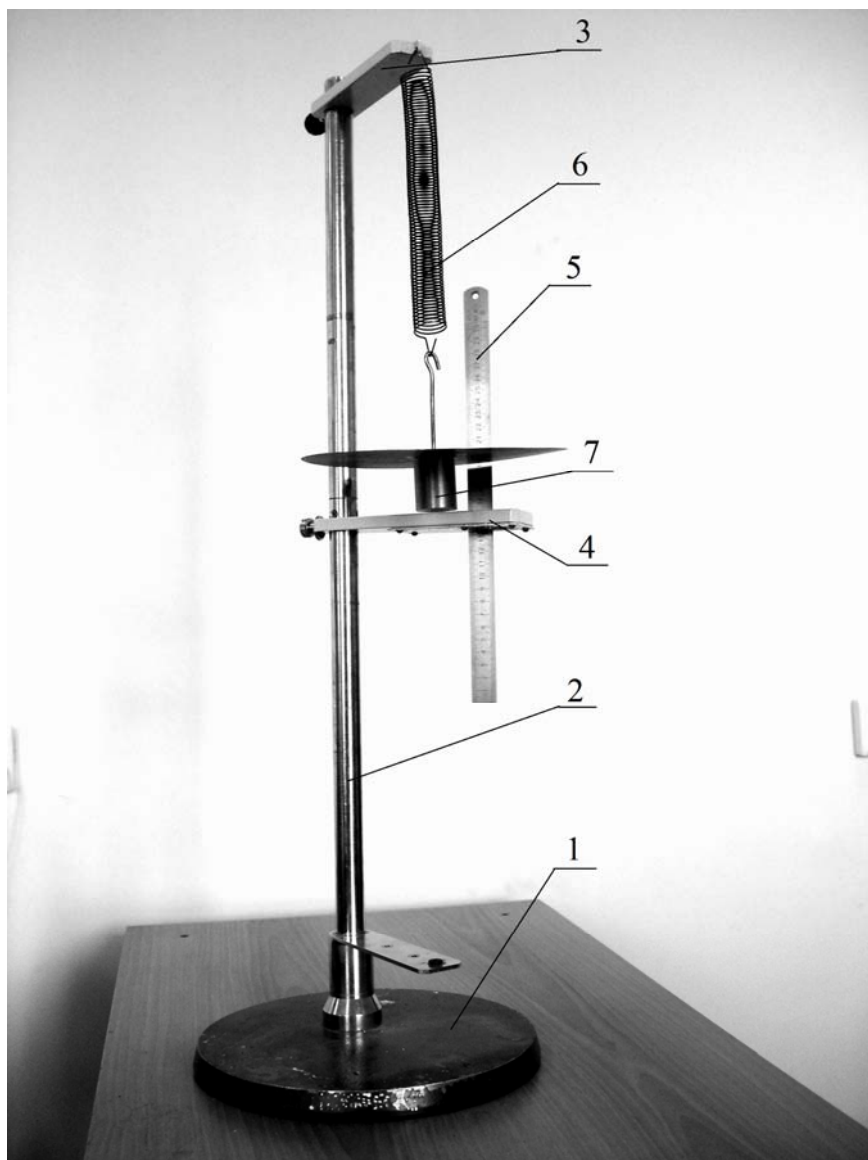


Рис. 4.1

5. Требования по технике безопасности

1. Прежде чем приступить к работе, внимательно ознакомьтесь с заданиями и лабораторной установкой.
2. По окончании работы приведите в порядок рабочее место.

6. Задания

1. Изучение свободных незатухающих колебаний пружинного маятника. Определение коэффициента жесткости пружины.

2. Изучение затухающих колебаний пружинного маятника. Определение логарифмического декремента затухания и коэффициента сопротивления воздуха.

7. Методика выполнения заданий

Задание 1. Изучение свободных незатухающих колебаний пружинного маятника. Определение коэффициента жесткости пружины.

1. Определить положение нижнего конца пружины l_0 по шкале 5.

2. Прикрепить к нижнему концу пружины цилиндр № 1 и определить новое положение нижнего конца пружины l .

3. Вычислить величину статистического удлинения $\Delta l = l - l_0$.

4. Вычислить коэффициент жесткости пружины по формуле

$$K' = \frac{P}{\Delta l} = \frac{m g}{\Delta l},$$

где m – масса цилиндра.

5. Вывести пружинный маятник из положения равновесия на 20 мм и измерить время 20 колебаний.

6. Измерения по п.5 повторить еще 2 раза и результаты записать в табл. 7.1.

7. Определить среднее время 20 колебаний и рассчитать средний период колебаний по формуле

$$T = \frac{t}{n},$$

где n – число колебаний.

8. Зная период колебаний и массу цилиндра, вычислить коэффициент жесткости пружины по формуле

$$K'' = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

9. Пункты 2-8 повторить для цилиндров № 2 и № 3.

10. Для одного из цилиндров определить погрешности измерений коэффициентов K' и K'' .

11. Сравнить значения коэффициентов жесткости пружины, полученные обоими методами.

Таблица 7.1

m , кг	l_0 , м	l , м	Δl , м	K' , кг/с ²	$\Delta K'$, кг/с ²	n	t , с	$t_{\text{ср}}$, с	T , с	K'' , кг/с ²	$\Delta K''$, кг/с ²

Задание 2. Изучение затухающих колебаний пружинного маятника. Определение логарифмического декремента затухания и коэффициента сопротивления воздуха.

1. Подвесить к пружине цилиндр № 1 и диск № 1.

2. Вывести маятник из положения равновесия на 20 мм и определить время 20 колебаний.

3. Повторить измерения еще 2 раза, результаты записать в табл. 7.2.

4. Определить среднее время 20 колебаний и по среднему времени рассчитать период.

5. Измерить начальную амплитуду A_0 . Через время $t' \approx 60$ с определить верхнее и нижнее отклонение нижнего конца пружины из положения равновесия, используя шкалу 5. Амплитуду колебаний рассчитать по формуле

$$A = \frac{|l_2 - l_1|}{2},$$

где l_1 – верхний отсчет по шкале; l_2 – нижний отсчет по шкале.

6. Вычислить коэффициент затухания β по формуле

$$\beta = \frac{1}{t'} \ln \frac{A_0}{A}.$$

7. Рассчитать логарифмический декремент затухания λ и коэффициент сопротивления среды r по формулам

$$\lambda = \beta T,$$

$$r = \frac{2m\lambda}{T},$$

где m – масса цилиндра с диском.

8. Пункты 1-7 повторить, используя груз № 1 и диски № 2, № 3.

9. Для одного из дисков определить погрешности измерений β , λ , r .

Таблица 7.2

m , кг	t ,с	t_{cp} , с	n	T , с	A_0 , м	A , м	t' , с	β , с ⁻¹	λ	r , кг·с ⁻¹	$\Delta\beta$, с ⁻¹	$\Delta\lambda$	Δr , кг·с ⁻¹

8. Контрольные вопросы

1. Какие колебания называют свободными незатухающими, свободными затухающими, вынужденными?
2. Как записываются дифференциальные уравнения этих колебаний?
3. Какие колебания называют гармоническими?
4. Что такое коэффициент жесткости?
5. Какие силы называют квазиупругими?
6. Что называют логарифмическим декрементом затухания, временем релаксации, добротностью?
7. По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний?
8. Как рассчитать частоты свободных колебаний (незатухающих и затухающих) через параметры колебательной системы?
9. Какое явление называют резонансом?
10. Как рассчитать резонансную частоту?

9. Требования к содержанию и оформлению отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Краткую теорию.
4. Основные формулы для выполнения расчетов.
5. Таблицы с результатами измерений и вычислений.
6. Формулы для расчета погрешностей.
7. Расчет погрешностей.
8. Вывод по результатам работы.

10. Критерии результативности выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа считается выполненной, если студент:

- правильно выполнил экспериментальную и расчетную части работы;
- правильно оценил погрешности определения коэффициента жесткости пружины, коэффициента затухания, логарифмического декремента затухания и коэффициента сопротивления среды;
- составил отчет, соответствующий предъявляемым к нему требованиям;
- сформулировал выводы о проделанной работе;
- подготовил ответы на все контрольные вопросы.

Список литературы

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 1. – СПб.: Издательство «Лань», 2011.
2. *Детлаф А. Н., Яворский Б.М.* Курс физики. – М.: Academia, 2009.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 2012.

Составитель РАБЧУК Людмила Васильевна

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Методические указания
к лабораторной работе № 10
по дисциплине «Физика»

Подписано в печать 2013. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Печать плоская. Гарнитура Nimes New Roman Cyr.

Усл. печ. л. 1,1. Усл.-кр.-отг. 1,1. Уч-изд.л. 0,9.

Тираж 100 экз. Заказ №

ФГБОУ ВПО Уфимский государственный авиационный
технический университет

Редакционно-издательский комплекс УГАТУ

450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12